

باسمه تعالی

|                                                                               |                       |                                                |                   |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|------------------------------------------------|-------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳                                             | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۱                       | ساعت شروع: ۱۰ صبح |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                  | رشته : ریاضی- فیزیک   | نام و نام خانوادگی :                           | تعداد صفحه: ۲     |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱ |                       | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش |                   |

|      |                         |      |
|------|-------------------------|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | نمره |
|------|-------------------------|------|

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است .

سوالات فصل اول

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۲/۲۵ | ۱<br>الف) اگر $A = \begin{bmatrix} m & 0 \\ m-2 & n \end{bmatrix}$ ماتریسی اسکالر باشد مقادیر $m$ و $n$ را بیابید.<br>ب) اگر $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ ، $b_{ij} = \begin{cases} i+1 & i=j \\ j-2 & i < j \\ 1 & i > j \end{cases}$ ماتریس $B$ را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید.<br>پ) ماتریس $(B^2 + 2I)$ را محاسبه کنید. ( $I$ ماتریس همانی مرتبه سه است) |
| ۱/۵  | ۲<br>اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ، نشان دهید:<br>$(5A)^{-1} = \frac{1}{5} A^{-1}$                                                                                                                                                                                                                                                |
| ۱    | ۳<br>با استفاده از ویژگی‌های ضرب ماتریس‌ها و ماتریس همانی $I$ درستی رابطه زیر را ثابت کنید:<br>$(A - 3I)^2 = A^2 - 6A + 9I$                                                                                                                                                                                                                                   |
| ۱/۲۵ | ۴<br>اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، حاصل $ \frac{1}{2}A^4 $ را به دست آورید.                                                                                                                                                                                                                                  |

سوالات فصل دوم

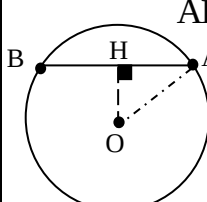
|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۰/۵  | ۵<br>الف) هرگاه دو خط $d$ و $l$ موازی باشند، از دوران $d$ حول $l$ سطحی ایجاد می‌شود. اگر صفحه $P$ بر خط $l$ عمود باشد، سطح مقطع صفحه $P$ و سطح ایجاد شده بیضی است. (درست-نادرست)<br>ب) مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت یک، که بر دایره $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$ مماس خارج باشند، دایره‌ای به مرکز $O(1, -2)$ و شعاع ..... است. |
| ۱/۲۵ | ۶<br>معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(2, -1)$ مرکز آن بوده و از خط $3x - 4y + 10 = 0$ وتری به طول ۶ جدا کند.                                                                                                                                                                                                                              |
| ۱    | ۷<br>در دایره به معادله ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ با استفاده از روش مربع کامل، ثابت کنید شعاع دایره برابر با $r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$ است.                                                                                                                                                                          |
| ۱/۲۵ | ۸<br>در یک بیضی مختصات کانون‌ها $F(4, 0)$ و $F'(-2, 0)$ و طول قطر بزرگ برابر با ۱۰ است. اگر نقطه $P(1, m)$ روی این بیضی قرار داشته باشد، مقدار $m$ را بیابید.                                                                                                                                                                             |
|      | ادامه سوالات در صفحه دوم                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

باسمه تعالی

|                                                                               |                       |                          |                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|--------------------------|------------------------------------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳                                             | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۱ | ساعت شروع: ۱۰ صبح                              |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                  | رشته : ریاضی- فیزیک   | نام و نام خانوادگی :     | تعداد صفحه: ۲                                  |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱ |                       |                          | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش |

| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | نمره |
|------|-------------------------|------|
|------|-------------------------|------|

|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |             |
|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| ۹              | <p>بیضی با قطر بزرگ ۲a، قطر کوچک ۲b و کانون های F و F' مطابق شکل روبه رو مفروض است. اگر خطی در کانون F بر قطر کانونی عمود باشد و بیضی را در نقطه D قطع کند، ثابت کنید :</p> $DF = \frac{b^2}{a}$                                                                                               | ۱/۲۵        |
| ۱۰             | معادله سهمی را بنویسید که F(-۳, ۲) مختصات کانون و معادله خط هادی آن x = ۱ باشد.                                                                                                                                                                                                                | ۱/۲۵        |
| ۱۱             | مختصات نقاط برخورد سهمی $y^2 + 7x + 5 = 0$ و دایره $x^2 + y^2 = 25$ را به دست آورید.                                                                                                                                                                                                           | ۱/۵         |
| سوالات فصل سوم |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |             |
| ۱۲             | الف) معادله صفحه ای که بر محور Z ها در نقطه به مختصات $A = (0, 0, 3)$ عمود باشد، به صورت ..... است.<br>ب) شکل کلی (نمودار) مربوط به روابط $-2 < y \leq -1$ , $y < -x^2 + 1$ را در فضای دو بعدی رسم کنید.                                                                                       | ۱/۲۵        |
| ۱۳             | اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -1, n)$ و $\vec{b} = (1, 0, -1)$ برابر با ۱۳۵ درجه باشد، مقدار n را بیابید.                                                                                                                                                                              | ۱/۵         |
| ۱۴             | ثابت کنید اگر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در یک راستا باشند، آنگاه تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}$ ، برابر خود $\vec{a}$ می شود.                                                                                                                                                   | ۱/۲۵        |
| ۱۵             | سه بردار $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ و $\vec{c} = (0, 2, 1)$ را در نظر بگیرید :<br>الف) طول بردار $2\vec{b} - \vec{c}$ را به دست آورید.<br>ب) مساحت متوازی الاضلاع که روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b} + \vec{c}$ ایجاد می شود را به دست آورید. | ۲           |
|                | موفق و سربلند باشید                                                                                                                                                                                                                                                                            | جمع نمره ۲۰ |

|                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                       |
|----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳                              | رشته: ریاضی- فیزیک                                                                                                                                                                                                                                                                            | ساعت شروع: ۱۰ صبح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                               | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۱                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                       |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشوری ماه سال ۱۴۰۱ |                                                                                                                                                                                                                                                                                               | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                       |
| ردیف                                                                 | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                       |
| نمره                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                       |
| ۱                                                                    | الف) ص ۱۲<br>ب) ص ۲۱<br>پ) ص ۱۹ و ۲۰                                                                                                                                                                                                                                                          | $m - 2 = 0 \xrightarrow{(+25)} m = 2 \quad (0/25) \quad n = m = 2 \quad (0/25)$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (0/5)$ $(B^T + 2I) = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 6 & 10 & 8 \\ 7 & 7 & 18 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 6 \\ 6 & 12 & 8 \\ 7 & 7 & 20 \end{bmatrix} \quad (0/25)$                                                                               | ۲/۲۵                  |
| ۲                                                                    | ص ۲۳ و ۳۱                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (0/5) \rightarrow \frac{1}{5} A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{bmatrix} \quad (0/25)$ $5A = \begin{bmatrix} 15 & -5 \\ 5 & -5 \end{bmatrix} \quad (0/25) \rightarrow (5A)^{-1} = \frac{1}{-50} \begin{bmatrix} -5 & 5 \\ -5 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{bmatrix} \quad (0/25)$ | ۱/۵                   |
| ۳                                                                    | ص ۱۹ و ۳۱                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $(A - 3I)^T = (A - 3I)(A - 3I) = \underbrace{A^T - 3AI - 3IA + 9I^T}_{(0/25)} \stackrel{AI=IA=A}{=} \underbrace{A^T - 6A + 9I}_{I^T=I} \quad (0/5)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۱                     |
| ۴                                                                    | ص ۲۸ و ۳۱                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $ A  = 2 \quad (0/5), \quad \left  -\frac{1}{2} A^T \right  = \underbrace{\left( -\frac{1}{2} \right)^2}_{(0/5)}  A ^2 = -2 \quad (0/25)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | ۱/۲۵                  |
| ۵                                                                    | الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۳۹<br>ب) ۵ (۰/۲۵) ص ۳۹                                                                                                                                                                                                                                                   | ۰/۵                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                       |
| ۶                                                                    | از مرکز دایره بر وتر عمود می کنیم عمود OH وتر AB را نصف می کند. $AH = \frac{1}{2} AB = 3 \quad (0/25)$<br>$OH = \frac{ 3(2) - 4(-1) + 10 }{\sqrt{9+16}} = 4 \quad (0/5)$<br>$OA^T = OH^T + AH^T \rightarrow r^T = (4)^T + (3)^T = 25 \quad (0/25), \quad (x-2)^T + (y+1)^T = 25 \quad (0/25)$ | <br>۴۳ ص                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ۱/۲۵                  |
| « ادامه در صفحه دوم »                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                       |

|                                                                       |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |  |                                                |  |                        |      |
|-----------------------------------------------------------------------|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|------------------------------------------------|--|------------------------|------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳                               |  | رشته: ریاضی- فیزیک                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  | ساعت شروع: ۱۰: صبح                             |  | مدّت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |      |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                          |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |  | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۱                       |  |                        |      |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشوردی ماه سال ۱۴۰۱ |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |  | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش |  |                        |      |
| ردیف                                                                  |  | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |                                                |  |                        | نمره |
| ۷                                                                     |  | $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \rightarrow \left(x^2 + ax + \frac{a^2}{4}\right) + \left(y^2 + by + \frac{b^2}{4}\right) = -c + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} \quad (۰/۵)$ $\underbrace{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{b}{2}\right)^2}_{(۰/۲۵)} = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} \rightarrow r^2 = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} \xrightarrow{(۰/۲۵)} r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$ |  |                                                |  |                        | ص ۴۱ |
| ۸                                                                     |  | $PF + PF' = 2a \xrightarrow{(۰/۲۵)} \sqrt{9 + m^2} + \sqrt{9 + m^2} = 10 \xrightarrow{(۰/۵)} m = \pm 4 \quad (۰/۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |                                                |  |                        | ص ۴۸ |
| ۹                                                                     |  | نقطه D روی بیضی قرار دارد، بنا به تعریف بیضی: $DF + DF' = 2a \quad (۰/۲۵)$<br>در مثلث قائم الزاویه DFF' بنا به قضیه فیثاغورث داریم:<br>$DF^2 + FF'^2 = DF'^2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} DF^2 + (2c)^2 = (2a - DF)^2 \quad (۰/۲۵)$<br>$DF = \frac{a^2 - c^2}{a} \xrightarrow[ (۰/۵) ]{a^2 - c^2 = b^2} DF = \frac{b^2}{a}$                                                                             |  |                                                |  |                        |      |
| ۱۰                                                                    |  | با توجه به جایگاه کانون و معادله خط هادی، سهمی افقی و دهانه آن به سمت چپ می باشد. $(۰/۲۵)$<br>مختصات راس سهمی $A(-1, 2) \quad (۰/۲۵)$ ، در این سهمی $a = AF = 2 \quad (۰/۲۵)$<br>معادله آن برابر است با: $(y - 2)^2 = -8(x + 1) \quad (۰/۵)$                                                                                                                                                    |  |                                                |  |                        | ص ۵۸ |
| ۱۱                                                                    |  | $\begin{cases} y^2 + 7x + 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \rightarrow x^2 + (-7x - 5) = 25 \xrightarrow{(۰/۲۵)} x^2 - 7x - 30 = 0$ $x = -3, x = 10 \quad (۰/۵)$ $\begin{cases} x = -3 \rightarrow y^2 = 16 \rightarrow y = \pm 4 \xrightarrow{(۰/۲۵)} (-3, 4), (-3, -4) \\ x = 10 \rightarrow y^2 = -75 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ غ ق ق                                                     |  |                                                |  |                        | ص ۵۸ |
| ۱۲                                                                    |  | الف) $Z = 3 \quad (۰/۲۵)$ ص ۶۸<br>ب) رسم نمودار (به طوری که خط و خط چین مشخص باشد). (۱)                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |                                                |  |                        | ص ۶۳ |
|                                                                       |  | «ادامه در صفحه سوم»                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |                                                |  |                        |      |

|                                                                       |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  |                                                |  |                       |                      |
|-----------------------------------------------------------------------|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|------------------------------------------------|--|-----------------------|----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳                               |  | رشته: ریاضی- فیزیک                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |  | ساعت شروع: ۱۰ صبح                              |  | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |                      |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                          |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۱                       |  |                       |                      |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشوردی ماه سال ۱۴۰۱ |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش |  |                       |                      |
| ردیف                                                                  |  | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |  |                                                |  |                       | نمره                 |
| ۱۳                                                                    |  | $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a}   \vec{b} } \xrightarrow{(\cdot/25)} -\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-n}{\sqrt{2} \times \sqrt{4+1+n^2}} \xrightarrow{(\cdot/5)} \frac{n-2}{\sqrt{n^2+5}} = 1 \quad (\cdot/25)$ $n^2+5 = n^2-4n+4 \xrightarrow{(\cdot/25)} n = -\frac{1}{4} \quad (\cdot/25)$                                                                                                                                                                                                                    |  |                                                |  |                       | ص ۷۸                 |
| ۱۴                                                                    |  | $\vec{a} = r \vec{b} \quad (\cdot/25)$ $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{(\vec{r}\vec{b}) \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{r  \vec{b} ^2}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = r \vec{b} = \vec{a}$ <div><math display="block">\underbrace{\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2}}_{(\cdot/25)} \underbrace{\vec{b}}_{(\cdot/25)} = \underbrace{\frac{r  \vec{b} ^2}{ \vec{b} ^2}}_{(\cdot/25)} \underbrace{\vec{b}}_{(\cdot/25)} = \underbrace{r \vec{b}}_{(\cdot/25)} = \vec{a}</math></div> |  |                                                |  |                       | ص ۸۰                 |
| ۱۵                                                                    |  | $2\vec{b} = (2, 0, 2) \quad (\cdot/25), \quad  2\vec{b} - \vec{c}  =  (2, -2, 1)  = 3 \quad (\cdot/5)$ $\vec{b} + \vec{c} = (1, 2, 2) \quad (\cdot/25)$ $S = \left  \underbrace{\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})}_{(\cdot/25)} \right  = \left  \underbrace{(8, -5, 1)}_{(\cdot/5)} \right  = 3\sqrt{10} \quad (\cdot/25)$                                                                                                                                                                                                       |  |                                                |  |                       | الف) ص ۷۶<br>ب) ص ۸۱ |
|                                                                       |  | "مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |  |                                                |  |                       | ۲۰                   |